

# ALFA NAUTA PROGRAMA EDUCATIVO TEMÁTICO. CIENCIAS MATEMÁTICAS I. ISBN-10: 84-8259-283-1, 8482592831

## ARITMÉTICA.

### **Introducción.**

Un poco de historia.

Los números.

Clasificación de los números.

Igualdad y desigualdad entre números.

Propiedades de la igualdad.

Propiedades de la desigualdad.

Operaciones aritméticas.

Operaciones con números naturales.

Suma.

Multiplicación o producto.

División.

Números enteros.

Aproximación intuitiva.

Positivos y negativos. El conjunto  $\mathbb{Z}$  Valor absoluto de un número entero.

Representación en la recta.

Ordenación de los números enteros.

Suma de números enteros.

Resta de números enteros.

Producto de números enteros.

División exacta de dos números enteros.

Potencia de base entera y exponente natural.

Operaciones con potencias de base entera. Propiedades.

Estudio formal del número entero.

Operaciones con números enteros.

### **Números racionales.**

Noción de número racional.

Representación gráfica de números racionales en la recta numérica.

Ordenación de números racionales.

Aplicaciones de los números racionales y su significación.

Valor absoluto de un número racional.

Fracciones equivalentes.

Comparación de fracciones.

Operaciones con números racionales.

Reducción a común denominador.

Suma o adición.

Resta o sustracción.

Multiplicación o producto.

División o cociente.

Potenciación y radiación en los números racionales.

### **Divisibilidad.**

Introducción.

Múltiplos y divisores.

Números primos.  
Números compuestos.  
Propiedades de la divisibilidad.  
Reglas de divisibilidad.  
Divisibilidad por la unidad seguida de ceros.  
Divisibilidad por 2 y por 5.  
Divisibilidad por 4 y por 25.  
Divisibilidad por 8 y por 125.  
Divisibilidad por 3 y por 9.  
Divisibilidad por 7.  
Divisibilidad por 11.  
Criba de Eratóstenes.  
Descomposición factorial.  
Máximo común divisor.  
Algoritmo de Euclides.  
Mínimo común múltiplo.

**Números reales.**

Definición de número real.  
Operaciones con números reales.  
Suma.  
Multiplicación.  
Potenciación.  
Radicación.  
Logaritmización.  
Introducción al cálculo logarítmico.  
Definición de logaritmo.  
Logaritmos decimales.  
Propiedades de los logaritmos.  
Antilogaritmos.  
Cologaritmos.

**Sistemas de numeración.**

Sistemas aditivos.  
Sistemas posicionales. Bases.  
Sistema binario.  
Sistema hexadecimal.  
Sistema decimal.  
Cálculos aproximados.  
Introducción. Errores.  
Operaciones con números aproximados.  
Errores absolutos.  
Errores relativos.  
Instrumentos de cálculo.  
Reglas de cálculo.  
Máquinas aritméticas.  
Máquinas calculadoras.  
Ordenadores.

**Proporciones. Progresiones. Rudimentos de contabilidad.**

Razones y proporciones.

Reparto proporcional.  
Repartos inversamente proporcionales.  
Magnitudes inversamente proporcionales.  
Regla de tres simple inversa.  
Progresiones.  
Progresiones aritméticas.  
Progresiones geométricas.  
Rudimentos de contabilidad.  
Interés.  
Anualidades.

## **ÁLGEBRA.**

### **Álgebra.**

Nociones generales.  
Números y letras.  
Expresiones algebraicas.  
Términos y coeficientes de una expresión algebraica.  
Valor numérico de una expresión algebraica.  
Polinomios de una variable.  
Funciones polinómicas.  
Fracciones polinómicas.  
Ecuaciones de primer grado.  
Ecuaciones de segundo grado.  
Representación gráfica de las funciones polinómicas.  
Inecuaciones.  
Números complejos.  
Aplicaciones lineales.  
Sistemas de ecuaciones.

## **GEOMETRÍA.**

### **Geometría sintética.**

Nociones básicas fundamentales.  
Punto geométrico.  
Recta geométrica.  
Plano geométrico.  
Semirrecta y segmento.  
Operaciones con segmentos.  
Vectores.  
Semiplano.  
Conceptos básicos sobre puntos, planos y rectas.  
Ángulos.  
Ángulos consecutivos.  
Ángulos adyacentes.  
Angulo llano.  
Angulo recto.  
Ángulo agudo.  
Angulo obtuso.  
Suma de ángulos.  
Ángulos complementarios.

Ángulos suplementarios.  
Bisectriz.  
Ángulos opuestos por el vértice.  
Rectas perpendiculares.  
Intersecciones de una recta con otras dos.  
Polígonos.  
Línea poligonal.  
Perímetro.  
Diagonales.  
Clasificación de los polígonos.  
Suma total de los ángulos de un polígono.  
Triángulos.  
Clasificación de los triángulos.  
Estructuras importantes comunes a todos los triángulos.  
Suma de los ángulos de un triángulo.  
Criterios de igualdad de triángulos.  
Criterios de semejanza de triángulos.  
Condiciones de semejanza en triángulos rectángulos.  
Relaciones métricas en los triángulos rectángulos.  
Cuadriláteros.  
Paralelogramos.  
Trapezios.  
Trapezoides.  
Polígonos regulares.  
Radio, centro y apotema.  
Polígonos semejantes.  
Métodos de cálculo de las áreas de los polígonos.  
Área del rectángulo.  
Área del cuadrado.  
Área de un paralelogramo.  
Área del rombo.  
Área del triángulo.  
Área del trapecio.  
Área de un polígono regular de  $n$  lados.  
Área de un polígono cualquiera.  
Circunferencia y círculo.  
Circunferencia.  
Centro.  
Diámetro y radio.  
Círculo.  
Arco.  
Cuerda.  
Relaciones entre rectas y circunferencias.  
Relaciones entre dos circunferencias.  
Clasificación de los ángulos en una circunferencia.  
Longitud de la circunferencia.  
Cálculo del radio de una circunferencia.  
Área del círculo.

Sector circular.  
Segmento circular.  
Corona circular.  
Trapezio circular.  
Cuerpos geométricos.  
Poliedros. Teorema de Euler.  
Prismas.  
Paralelepípedos.  
Pirámides.  
Poliedros regulares.  
Poliedros conjugados.  
Cuerpos redondos.  
El cilindro.  
El cono.  
La esfera.  
Razones entre superficies y volúmenes.

### **Geometría analítica.**

Coordenadas.  
Coordenadas cartesianas.  
Coordenadas polares.  
Coordenadas cilíndricas.  
Coordenadas esféricas.  
Ecuaciones de la recta.  
Ecuación vectorial en geometría plana.  
Ecuación paramétrica de una recta en geometría plana.  
Ecuación cartesiana de la recta en geometría plana.  
Ecuación métrica de la recta en el plano.  
Ecuación vectorial de la recta en geometría espacial.  
Ecuación paramétrica de una recta en el espacio.  
Ecuación cartesiana de la recta en geometría espacial.  
La medida de los ángulos.  
Ecuación del plano en geometría espacial.  
Ecuación vectorial del plano en el espacio.  
Ecuación paramétrica del plano en el espacio.  
Ecuación cartesiana del plano en el espacio.  
Ecuación métrica del plano en el espacio.  
Distancias.  
Distancia euclídea entre dos puntos.  
Distancia de un punto  $m$  a una recta  $D$ .  
Distancia de un punto  $p$  a un plano  $E$ .  
Intersecciones.  
Intersección entre dos rectas.  
Intersección entre una recta y un plano.  
Intersección entre dos planos.  
Lugares geométricos.  
La circunferencia.  
La esfera.  
Las cónicas.

Movimientos.

Movimientos en el plano.

Traslación.

Vectores en el plano.

Simetría axial.

Giro.

Simetría central.

Composición de movimientos.

**Geometría afín plana y del espacio.**

Geometría afín. Sistemas de referencia.

Variedades lineales.

Baricentro.

Invariantes afines.

**Geometría euclídea plana y del espacio.**

Producto escalar.

Isometrías. Bases ortogonales y ortonormales.

Producto vectorial y mixto. Interpretación geométrica.

Plano y espacio euclídeos.

Distancia entre variedades lineales.

Afinidades que conservan la distancia.

Clasificación de movimientos en E2 y E3.

## TRIGONOMETRÍA.

**Introducción.**

**Razones trigonométricas de un ángulo.**

Ángulos y arcos.

Medida de ángulos y arcos.

Orientación de ángulos y arcos.

Reducción de ángulos.

Ángulos agudos.

Razones trigonométricas.

Interpretación geométrica de las razones trigonométricas.

Variación de las razones trigonométricas en los ángulos agudos.

Razones trigonométricas en los ángulos obtusos.

Ángulos situados en cuadrantes diferentes.

Relaciones entre razones trigonométricas.

Relaciones entre razones trigonométricas de un mismo ángulo.

Relaciones entre las razones trigonométricas de ángulos complementarios.

Relaciones entre razones trigonométricas de ángulos suplementarios.

Relaciones entre razones trigonométricas de ángulos que difieren 90 grados.

Relaciones entre razones trigonométricas de ángulos que difieren 180 grados.

Relaciones entre razones trigonométricas de ángulos opuestos.

Recapitulación de expresiones.

Relaciones entre razones trigonométricas de ángulos especiales.

**Tablas trigonométricas y fórmulas fundamentales.**

Tablas trigonométricas naturales.

Determinación de una razón trigonométrica de un ángulo.

Determinación del valor de un ángulo conocida una de sus razones trigonométricas.

Fórmulas para el cálculo de razones trigonométricas.

Seno de  $\alpha + \beta$ .

Coseno de  $\alpha + \beta$ .

Seno de  $\alpha - \beta$ .

Coseno de  $\alpha - \beta$ .

Tangente de  $\alpha + \beta$ .

Tangente de  $\alpha - \beta$ .

Seno de  $2\alpha$ .

Coseno de  $2\alpha$ .

Tangente de  $2\alpha$ .

Coseno de  $\alpha/2$ .

Seno de  $\alpha/2$ .

Tangente de  $\alpha/2$ .

Seno de  $\phi +$  seno de  $p$ .

Seno de  $\phi -$  seno de  $p$ .

Coseno de  $\phi +$  coseno de  $p$ .

Coseno de  $\phi -$  coseno de  $p$ .

Recapitulación de fórmulas fundamentales.

### **Aplicaciones de la trigonometría.**

Relaciones trigonométricas entre los elementos de un triángulo rectángulo.

Resolución de triángulos rectángulos.

Resolución de un triángulo rectángulo dados la hipotenusa y un ángulo agudo.

Resolución de un triángulo rectángulo dados un cateto y un ángulo agudo.

Resolución de un triángulo rectángulo dados la hipotenusa y un cateto.

Resolución de un triángulo rectángulo dados los dos catetos.

Teoremas del seno y coseno.

Teorema del seno.

Teorema del coseno.

Resolución de triángulos oblicuángulos.

Determinación de un triángulo conociendo un lado,  $a$ , y dos ángulos  $A$  y  $B$ .

Determinación de un triángulo conociendo dos lados,  $a$  y  $b$ , y un ángulo opuesto,  $A$  o  $B$ .

Determinación de un triángulo conociendo dos lados,  $a$  y  $b$ , y el ángulo comprendido entre ellos.

Determinación de un triángulo conociendo los tres lados,  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

Teorema de la tangente.

Fórmulas de Briggs.

### **Funciones trigonométricas.**

Función seno.

Representación gráfica.

Función coseno.

Representación gráfica.

Función tangente.

Representación gráfica.

Función cotangente.

Representación gráfica.

Función secante.

Representación gráfica.

Función cosecante.

Representación gráfica.

## EJERCICIOS.

### **Enunciados.**

Aritmética.

Algebra.

Geometría.

Trigonometría.

### **Soluciones.**

Aritmética

Algebra.

Geometría.

Trigonometría.